

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik I für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#7

Letzter Abgabetermin: 06. 12. 2010

1. Betrachtet werde der Vektorraum $(\mathbb{R}^{2 \times 2}, \mathbb{R}, +, \cdot)$. Zeigen Sie: Die vier Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

sind linear unabhängig!

(3 Punkte)

2. Untersuchen Sie, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme lösbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls die Lösung bzw. Lösungsmenge! Führen Sie auch eine Probe durch!

a)
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 6 & -4 & -3 \\ 4 & -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 5 & -5 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 10 \\ -1 \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(6 Punkte)

3. Berechnen Sie die Inversen der folgenden Matrizen, sofern diese existieren!

a)
$$\begin{pmatrix} 2.3 & 4.5 \\ 1.9 & -1.7 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -9 \\ 0 & -2 & 2 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

(4 Punkte)

3. Bestimmen Sie die Parameter $p, q \in \mathbb{R}$ im lin. Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 12 & p \\ 8 & 7 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 15 \\ q \end{pmatrix}$

- so, dass es
- $\alpha)$ eindeutig lösbar ist,
 - $\beta)$ keine Lösung besitzt bzw.
 - $\gamma)$ unendlich viele Lösungen besitzt!

(3 Punkte)