

**Übungsaufgaben zur Vorlesung  
„Mathematik I für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#3

Letzter Abgabetermin: 8. 11. 2010

1.  $H_1(x)$  und  $H_2(x)$  seien Aussageformen über dem gleichen Grundbereich  $G$ . Zeigen Sie, dass die Aussagen

$$\exists x \in G H_1(x) \wedge \exists x \in G H_2(x) \quad \text{und} \quad \exists x \in G (H_1(x) \wedge H_2(x))$$

nicht äquivalent sind!

(2 Punkte)

2. Skizzieren Sie die Mengen  $Z_1, \dots, Z_4$  komplexer Zahlen in der Gaußschen Ebene.

a)  $Z_1 = \{z \mid z \in \mathbb{C} \wedge (\operatorname{Re}(z) \leq 2 \wedge \operatorname{Im}(z) \leq 4)\}$ ,

b)  $Z_2 = \{z \mid z \in \mathbb{C} \wedge 2 \cdot \operatorname{Re}(z) - 3 \cdot \operatorname{Im}(z) \geq 6\}$ ,

c)  $Z_3 = \{z \mid z \in \mathbb{C} \wedge \operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2 \leq 12.25\}$ ,

(3 Punkte)

3. Es seien  $z_1 = 3 + 4i$ ,  $z_2 = 1 - 8i$ ,  $z_3 = 3 - 4i$ . Geben Sie den Wert der folgenden Ausdrücke sowohl in arithmetischer Form  $a + bi$  als auch in Exponentialform  $r e^{i\varphi}$  an.

a)  $z_1 z_2 - z_2 z_3$ ,

b)  $z_1 : \bar{z}_3$ ,

c)  $\frac{z_1 z_3}{\bar{z}_1 - z_2 + z_3}$ .

(6 Punkte)

4. Gegeben sei das biquadratische Polynom  $y = P(x) = x^4 - 6x^2 + 25$ .

a) Stellen Sie  $P$  für  $-3 \leq x \leq 3$  in einem geeigneten Koordinatensystem grafisch dar! Sie erkennen:  $P$  besitzt keine reellen Nullstellen.

b) Berechnen Sie die (komplexen) Nullstellen  $z_1, z_2$  des Polynoms  $y = Q(z)$ , das Sie aus  $P$  nach der Substitution  $x^2 = z$  erhalten! Verwenden Sie die arithmetische Form!

c) Stellen Sie  $z_1, z_2$  in Exponentialform dar! Berechnen Sie die Quadratwurzeln aus  $z_1, z_2$ , Sie erhalten die vier komplexen Nullstellen von  $P$ !

(5 Punkte)