

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
 „Mathematik I für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#8

Letzter Abgabetermin: 08. 01. 2010

1. Prüfen Sie, ob die folgenden Abbildungen linear sind.

a) $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ vermöge $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \varphi \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & a \\ x_2 & b \end{vmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R},$

b) $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ vermöge $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \varphi \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & a \\ b & x_2 \end{vmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R},$

c) $\varphi: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^4$ vermöge $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_6 \end{pmatrix} \mapsto \varphi \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_1 \ x_2 \ x_3) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$

(6 Punkte)

2. Geben Sie ein allgemeines Bildungsgesetz der folgenden Reihen an und untersuchen Sie, ob die Reihen konvergieren oder divergieren.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \dots$

b) $\frac{\ln 2}{1!} + \frac{(\ln 2)^2}{2!} + \frac{(\ln 2)^3}{3!} + \dots$

c) $\frac{2^1}{1} - \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} - \frac{2^4}{4} + \dots$

d) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

(8 Punkte)

3. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ zur Folge $a_n = \begin{cases} \frac{1}{2^n} & \text{für } n \text{ gerade} \\ \frac{4}{2^n} & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$ konvergiert.

(2 Punkte)