

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik I für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#4

Letzter Abgabetermin: 27. 11. 2009

1. Gegeben seien $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 22 & 2 & 5 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 3 \\ -4 & 22 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind! Geben Sie gegebenenfalls eine Begründung, warum ein Ausdruck nicht definiert ist!

- a) $A + B, A \cdot B, \frac{A}{B},$
b) $A^2 - B^2, A^2 - B \cdot B^T, A^2 - B^T \cdot B,$
c) $((A \cdot B) \cdot C) \cdot D, (A \cdot B) \cdot (C \cdot D), A \cdot ((B \cdot C) \cdot D), D^T \cdot C^T \cdot B^T \cdot A^T$

Welche der vier Ausdrücke liefern das gleiche Resultat und warum?

(9 Punkte)

2. Gegeben seien Vektoren $v_i \in \mathbb{R}^4, i = 1, \dots, 4$ mit

$$v_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Zeigen Sie, dass diese vier Vektoren linear abhängig sind!
b) Kann v_4 durch einen geeigneten Vektor \tilde{v}_4 ersetzt werden, so dass das System $\{v_1, v_2, v_3, \tilde{v}_4\}$ linear unabhängig ist? Begründen Sie Ihre Entscheidung

(5 Punkte)

3. In der Vorlesung haben Sie den Begriff Vektorraum kennengelernt. Zeigen Sie, dass die komplexen Zahlen \mathbb{C} einen Vektorraum über \mathbb{C} selbst bilden!

(2 Punkte)