

## Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik I für Geoökologen und Geowissenschaftler“

#1

Letzter Abgabetermin: 6. 11. 2009

- Wir betrachten über dem Grundbereich der natürlichen Zahlen die Aussageformen
  - $H(a, b, c)$ : Wenn  $a < b$  und  $b < c$ , so  $a < c$ .
  - $H(a)$ : 3 ist ein Teiler von  $2a$  genau dann, wenn 3 ein Teiler von  $a$  ist.
  - $H(x, y)$ :  $3x + 2y = 5$ .

Diese Aussageformen sollen durch Quantifizierung mit „für alle“ und „es gibt“ in Aussagen überführt werden. Geben Sie alle Möglichkeiten dafür an! Bestimmen Sie jeweils den Wahrheitswert der so entstehenden Aussagen!

(6 Punkte)

- $A, B, C$  seien Aussagen. Beweisen oder widerlegen Sie, dass die Aussageverbindungen
  - $\neg(A \Rightarrow B)$  und  $A \wedge \neg B$ ,
  - $A \Rightarrow B$  und  $\neg B \Rightarrow \neg A$ ,
  - $\neg(A \wedge B)$  und  $\neg A \wedge \neg B$ ,
  - $A \Rightarrow B$  und  $\neg A \vee B$ ,
  - $A \Leftrightarrow B$  und  $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ ,
  - $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)$  und  $A \Rightarrow C$

logisch äquivalent sind.

(6 Punkte)

- Ermitteln Sie die Mengen  $M_1, \dots, M_4$  über dem Grundbereich der ganzen Zahlen  $\mathbb{Z}$ .

- $M_1 = \left\{ x \mid \frac{x^2 + 5x - 36}{4 - x} = 1 \right\}$ ,
- $M_2 = \{ x \mid x^2 + 5x - 36 = 4 - x \}$ ,
- $M_3 = \{ x \mid \sqrt{110 + x} = -x \}$ ,
- $M_4 = \left\{ x \mid \cos\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \right\}$ .

(4 Punkte)