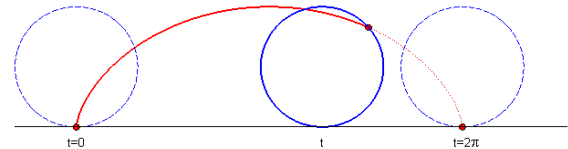


**Übungsaufgaben zur Vorlesung
 „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#13

Letzter Abgabetermin: 12. 7. 2011

1. Ein Kreis mit dem Radius R rolle gleichförmig auf einer Geraden. Zum Zeitpunkt $t=0$ berührt der Kreis im Punkt P die Gerade. Ein ganzer Umlauf ist nach $t=2\pi$ absolviert.



- a) Geben Sie den Ortsvektor $r(t)$ des Punktes P an! (Hinweis: Stellen Sie zunächst den Ortsvektor des Kreismittelpunktes auf! Der Ursprung des Koordinatensystems wird zweckmäßigerweise in den Punkt P zum Zeitpunkt $t=0$ gelegt.)
- b) Bestimmen Sie die Länge des Weges, den P während eines ganzen Umlaufs zurücklegt!

(4 Punkte)

2. Φ sei ein räumliches Skalarfeld, \vec{A} ein räumliches Vektorfeld. Zeigen Sie:

$$\text{rot}(\Phi \vec{A}) = (\text{grad } \Phi) \times \vec{A} + \Phi (\text{rot } \vec{A})$$

(3 Punkte)

3. In welchen Punkten der x - y -Ebene verschwindet die Divergenz des Vektorfeldes

$$\vec{A}(x, y) = \begin{pmatrix} xy^2 + 2x \\ x^2y - 6y \end{pmatrix} ?$$

(2 Punkte)

4. Bestimmen Sie die Rotation des Vektorfeldes $\vec{F} = \begin{pmatrix} xy^3 \\ 2xy^2z \\ x^2y - z^2 \end{pmatrix}$! Welcher Wert ergibt sich im Punkt $P = (1; 2; 1)$?

(3 Punkte)

5. Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2xz + y^2 \\ 2xy \\ x^2 \end{pmatrix}$.

- a) Zeigen Sie: \vec{F} ist wirbelfrei!
- b) \vec{F} ist Gradient eines Skalarfeldes $\Phi(x, y, z)$. Bestimmen Sie dieses Skalarfeld!

(4 Punkte)