

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“

#9

Letzter Abgabetermin: 14. 6. 2011

1. Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen!

a) geg.: $z = \arctan(x - y)$

$$x(t) = e^{3t}$$

$$y(t) = 1 - e^{3t}$$

ges.: $\dot{z}(t)$

$$\dot{z}(t_0) \text{ für } t_0 = 0$$

b) geg.: $z = x^3 y + xy^3$

$$x(r, \varphi) = r \cos \varphi$$

$$y(r, \varphi) = r \sin \varphi$$

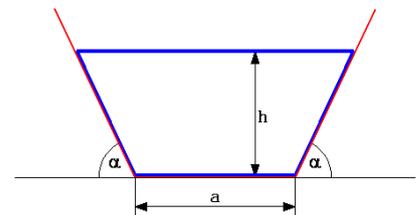
ges.: $\frac{\partial z}{\partial r}, \frac{\partial z}{\partial \varphi}$

(4 Punkte)

2. Betrachtet werde eine Funktion $y = f(x)$, die implizit durch die Gleichung $e^y + y + x^2 - x - 3 = 0$ gegeben sei. Wie lauten die Gleichungen der Tangenten in den Nullstellen von f ?

(4 Punkte)

3. Ein Kanal habe einen trapezförmigen Querschnitt, dessen Fläche A gegeben ist. Wie müssen Basisbreite a , Höhe h und Böschungswinkel α gewählt werden, damit der benetzte Umfang ein Minimum wird? (Dadurch wird der Aufwand für die Auskleidung des Kanalbettes gegen Sickerverluste minimiert.)



(4 Punkte)

4. Gegeben seien drei paarweise verschiedene Punkte mit den Koordinaten $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$. Gesucht sind die Koordinaten des Punktes $S(x_s, y_s)$, für den die Summe der Quadrate der Abstände von den gegebenen drei Punkten ein Minimum ist! Welche Bedeutung hat der Punkt S in bezug auf das Dreieck $\triangle P_1 P_2 P_3$?

Anleitung: Stellen Sie die Summe der Quadrate der Längen der Strecken $\overline{SP_1}, \overline{SP_2}, \overline{SP_3}$ als Funktion von den gesuchten Koordinaten x_s, y_s mit den gegebenen Koordinaten $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ als Parameter dar und führen damit eine Extremwertberechnung durch!

Eine Skizze kann sehr hilfreich sein.

(4 Punkte)