

**Übungsaufgaben zur Vorlesung  
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#3

Letzter Abgabetermin: 3. 5. 2011

1. Bestimmen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren der folgenden Matrizen! Ermitteln Sie weiterhin die algebraische und die geometrische Vielfachheit der Eigenwerte!

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$       b)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(6 Punkte)

2. Die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  habe die Eigenwerte  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Zeigen Sie:

- a) Die Matrix  $\alpha \cdot A$  besitzt die Eigenwerte  $\alpha \cdot \lambda_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .  
b) Die Matrix  $A^m$  besitzt die Eigenwerte  $\lambda_i^m$ , .

(4 Punkte)

3. Gegeben sei die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  mit  $A = \begin{pmatrix} -17 & -3 & 1 & 6 \\ 0 & 6 & -2 & 3 \\ 8 & 0 & 8 & -1 \\ -15 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

- a) Berechnen Sie die Determinante von  $A$ !  
b) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von  $A$ ! (Zur Kontrolle: Sie erhalten ein biquadratisches Polynom!)  
c) Berechnen Sie die Eigenwerte von  $A$ !

(6 Punkte)