

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

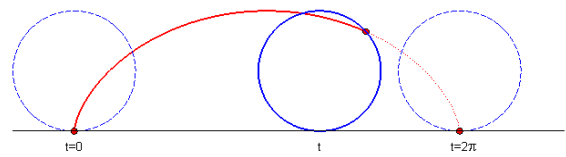
#12

Letzter Abgabetermin: 13. 7. 2010

1. Bestimmen Sie die Länge der Parabel $a(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}$, $0 \leq t \leq 1$!

(2 Punkte)

2. Ein Kreis mit dem Radius R rolle gleichförmig auf einer Geraden. Zum Zeitpunkt $t=0$ berührt der Kreis im Punkt P die Gerade. Ein ganzer Umlauf ist nach $t = 2\pi$ absolviert.



- a) Geben Sie den Ortsvektor $r(t)$ des Punktes P an! (Hinweis: Stellen Sie zunächst den Ortsvektor des Kreismittelpunktes auf! Der Ursprung des Koordinatensystems wird zweckmäßigerweise in den Punkt P zum Zeitpunkt $t = 0$ gelegt.)
- b) Bestimmen Sie die Länge des Weges, den P während eines ganzen Umlaufs zurücklegt!

(5 Punkte)

3. Φ sei ein räumliches Skalarfeld, \vec{A} ein räumliches Vektorfeld. Zeigen Sie:

$$\text{rot}(\Phi \vec{A}) = (\text{grad } \Phi) \times \vec{A} + \Phi (\text{rot } \vec{A})$$

(4 Punkte)

4. In welchen Punkten der x - y -Ebene verschwindet die Divergenz des Vektorfeldes

$$\vec{A}(x, y) = \begin{pmatrix} xy^2 + 2x \\ x^2y - 6y \end{pmatrix}?$$

(2 Punkte)

5. Bestimmen Sie die Rotation des Vektorfeldes $\vec{F} = \begin{pmatrix} xy^3 \\ 2xy^2z \\ x^2y - z^2 \end{pmatrix}$! Welcher Wert ergibt

sich im Punkt $P = (1; 2; 1)$?

(3 Punkte)