

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#10

Letzter Abgabetermin: 29. 6. 2010

1. Gegeben seien die Werte

x	0	1	2	4	5
y	1.2	2.1	2.9	5.0	9.0

- a) Bestimmen Sie die Gleichung der Ausgleichsgeraden $F_a(x) = a_1x + a_0$ nach der Methode der kleinsten Quadrate!
- b) Führen Sie die Ausgleichsrechnung für den Ansatz $G_a(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ durch!
- c) Stellen Sie die gegebenen Punkte, $F_a(x)$ und $G_a(x)$ in einem Koordinatensystem grafisch dar!
Diskutieren Sie, welcher der beiden Ansätze der „bessere“ ist. Berechnen Sie dafür die Summe der quadrierten Abstände der Punkte von F_a bzw. G_a !
Beurteilen Sie umgekehrt auch die „Qualität“ der Punkte bei Vorgabe der Ansätze aus a) bzw. b)!

(6 Punkte)

2. Für einen Abkling-Vorgang (Beispiel: Entladung eines Kondensators oder der radioaktive Zerfall einer Stoffmenge) wurden gemessen:

t	0	1	2	4	10
y	5.4	3.5	2.1	0.5	0.2

Dieser Vorgang gehorcht der Gleichung $y(t) = a \cdot e^{bt}$. Bestimmen Sie a und b, indem Sie den nichtlinearen Ansatz linearisieren und diesen im Sinne der Quadratmittelapproximation lösen! Stellen Sie die Punkte und die Lösung $y(t)$ grafisch dar!

(5 Punkte)

3. Betrachtet werde die Funktion $y = f(x) = 3 \sin(2x) - x^2$.

- a) Zeigen Sie: f besitzt im Intervall $[1, 2]$ genau eine Nullstelle!
- b) Berechnen Sie diese näherungsweise, indem Sie mindestens vier Schritte des Newtonverfahrens durchführen! Wählen Sie dazu irgend einen Startwert $x_0 \in [1, 2]$.

(Die Rechnung lässt sich vorteilhaft z.B. in Excel programmieren. Dann reicht es, einen Ausdruck des Tabellenblattes, in dem auch die relevanten Zwischenwerte dargestellt sind, abzugeben.)

(5 Punkte)