

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#7

Letzter Abgabetermin: 8. 6. 2010

1. Gegeben sei die Funktion $z = f(x, y) = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$. Berechnen Sie für die Stelle $(0,0)$ die iterierten Grenzwerte, dazu die Grenzwerte längs der Geraden $y = x$ und $y = -x$!
(3 Punkte)

2. Betrachtet werde die Funktion $f(x, y) = \frac{\sin(3\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Geben Sie für diese Funktion den Definitionsbereich an und untersuchen Sie, ob f eventuell in $(0,0)$ stetig fortgesetzt werden kann. Dazu nutze man Geraden als Wege der Annäherung an den Punkt $(0,0)$, d.h. mit reellem t sei

$$y = t \cdot x \quad \text{mit} \quad \begin{cases} t = 0: & \text{(Annäherung auf } x\text{-Achse),} \\ t = \infty: & \text{(Annäherung auf } y\text{-Achse),} \\ \text{sonst:} & \text{(Annäherung auf einer Geraden} \\ & \text{mit konstantem Anstieg).} \end{cases}$$

(4 Punkte)

3. Gegeben sei die Funktion $z = f(x, y) = x^2 y - 2xy + \frac{3}{4} e^y \sin x$. Ermitteln Sie alle ersten und zweiten partiellen Ableitungen von f !

(4 Punkte)

4. Gegeben sei die Funktion $z = f(x, y) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$. Bilden Sie die Differentialausdrücke

a. $xz_x + yz_y$,

b. $x^2 z_{xx} - y^2 z_{yy}$

und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich!

Hinweis: $z_x = \frac{\partial z}{\partial x}$, $z_y = \frac{\partial z}{\partial y}$

(5 Punkte)